SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

GEOMETRÍA

POLIEDROS REGULARES I

PLANA DE GEOMETRÍA

OBJETIVOS

1. IDENTIFICAR LOS ELEMENTOS Y TEOREMAS ASOCIADOS AL POLIEDRO.

2. IDENTIFICAR LOS ELEMENTOS Y TEOREMAS ASOCIADOS A LOS POLIEDROS REGULARES.

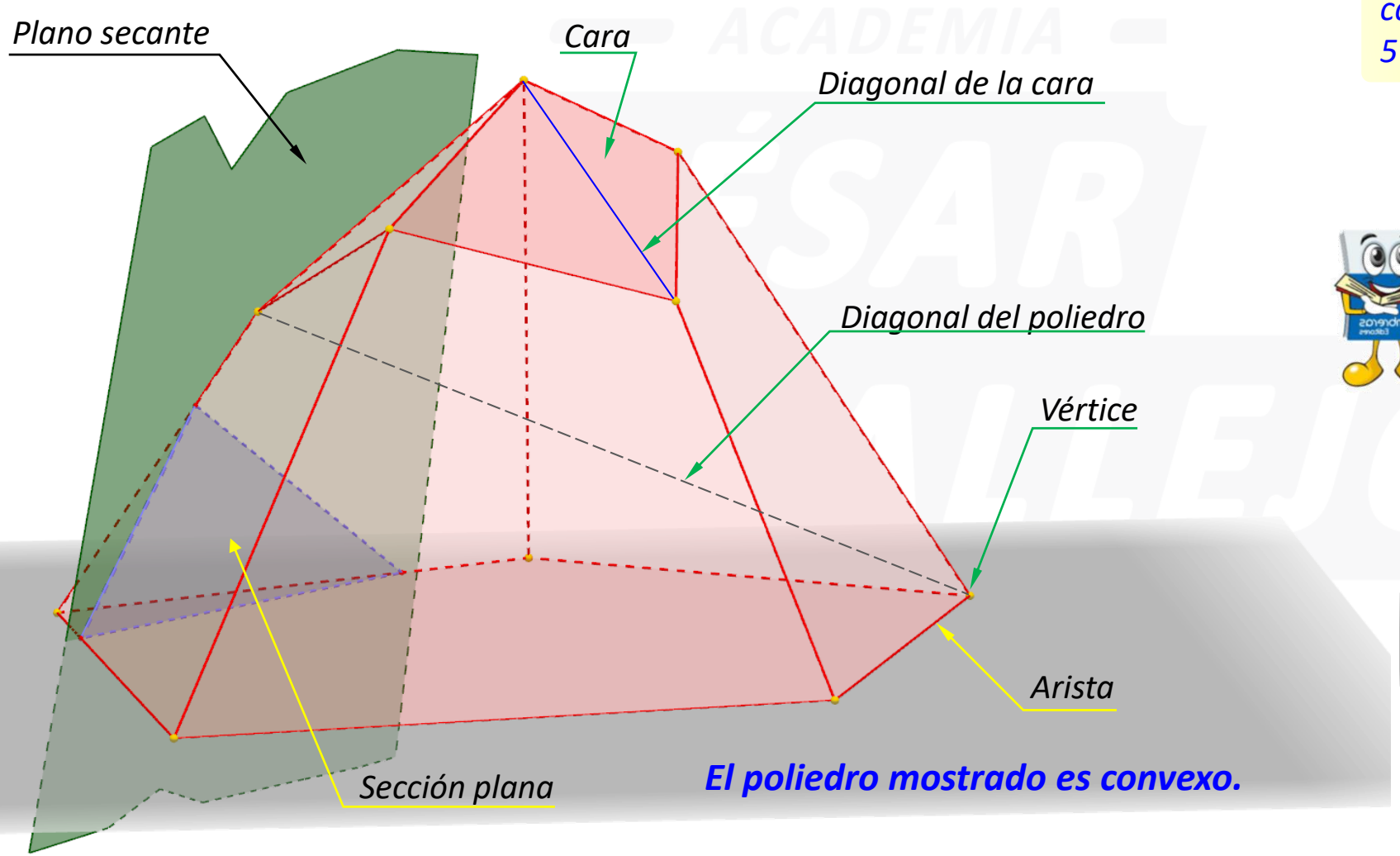
3. *RESOLVER PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISION UNI.*

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

POLIEDRO

DEFINICIÓN ***Es el sólido geométrico que esta limitado por cuatro o más regiones poligonales no coplanares .***

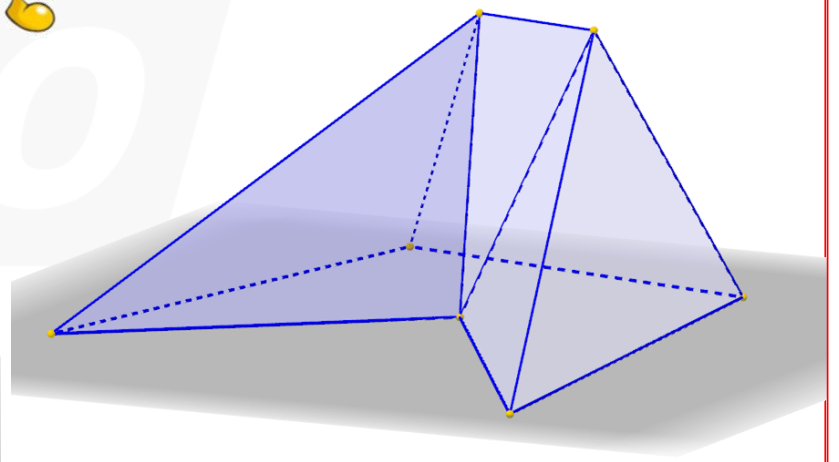
Del gráfico:



El poliedro mostrado es convexo.

A los poliedros se les nombra según la cantidad de caras, de 4 caras es tetraedro, de 5 caras es pentaedro, y así sucesivamente.

A continuación se muestra un poliedro no convexo.



POLIEDRO

TEOREMAS

TEOREMA DE EULER

Sea:

C: Número de caras
V: Número de vértices
A: Número de aristas

Se cumple:

$$\boldsymbol{C + V = A + 2}$$

Aplicación:

Un poliedro tiene 8 caras y 16 aristas, indique cuántos vértices tiene dicho poliedro.

Resolución: Piden V

Por teorema de Euler: $C = 8,\ A = 16$

$$\rightarrow 8 + V = 16 + 2$$

$$\therefore \boldsymbol{V = 10}$$

CÁLCULO DEL NÚMERO DE ARISTAS

Sea:

A: Número de aristas
C_3: cantidad de caras triangulares
C_4: cantidad de caras cuadrangulares
C_5: cantidad de caras pentagonales
$\vdots$ $\vdots$
C_n: cantidad de caras de n lados

Se cumple:

$$\boldsymbol{A = \frac{3(C_3) + 4(C_4) + 5(C_5) + \cdots n(C_n)}{2}}$$

SUMA DE MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS DE LAS CARAS DE UN POLIEDRO $(S_{\measuredangle C})$

Sea:

C: Número de caras
V: Número de vértices
A: Número de aristas

Se cumple:

$$\boldsymbol{S_{\measuredangle C} = 360°(V - 2) = 360°(A - C)}$$

Aplicación:

Un poliedro tiene 1 cara triangular, 6 caras cuadrangulares y 1 cara pentagonal, indique cuántas aristas tiene dicho poliedro.

Resolución: Piden A

Aplicamos el teorema del número de aristas.

$$A = \frac{3(1) + 4(6) + 5(1)}{2}$$

$$A = \frac{3 + 24 + 5}{2} = \frac{32}{2}$$

$$\therefore \boldsymbol{A = 16}$$

POLIEDRO

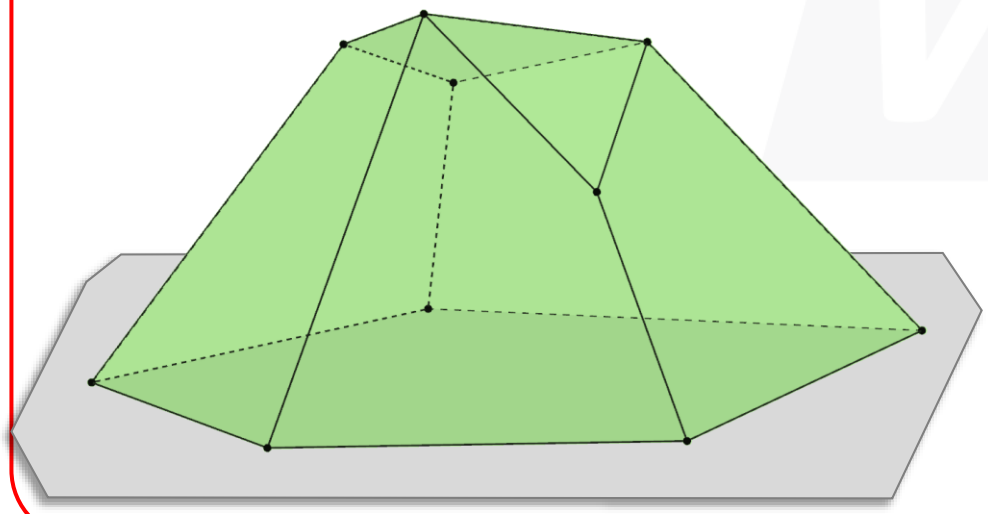
NÚMERO DE DIAGONALES DE UN POLIEDRO

Sea:

NDP: Número de diagonales del poliedro
V: Número de vértices
A: Número de aristas
$SNDC$: Suma del número de diagonales de todas las caras

Se cumple:

$$\boldsymbol{NDP = \frac{V(V-1)}{2} - A - SNDC}$$



Aplicación:

Del gráfico mostrado calcule la cantidad de diagonales del poliedro.

Resolución: Piden NDP

Contabilizamos el número de vértices y el de aristas, tenemos:

$$V = 10 \qquad A = 16$$

Además se observa que las diagonales de las caras son:

- 1 cara ▲, diagonales es 0.
- 6 caras ▬, diagonales es $(2)(6) = 12$
- 1cara ⬟ , diagonales es 5

$$\rightarrow SNDC = 17$$

Finalmente aplicamos el teorema para calcular el número de diagonales.

$$\boldsymbol{NDP} = \frac{10(10-1)}{2} - 16 - 17$$

$$\therefore \boldsymbol{NDP = 12}$$

POLIEDROS REGULARES I

TETRAEDRO REGULAR

Es el poliedro regular, cuyas cuatro caras son regiones triangulares equiláteras.

- Del gráfico: $C = 4$
  $V = 4$
  $A = 6$

- Notación:

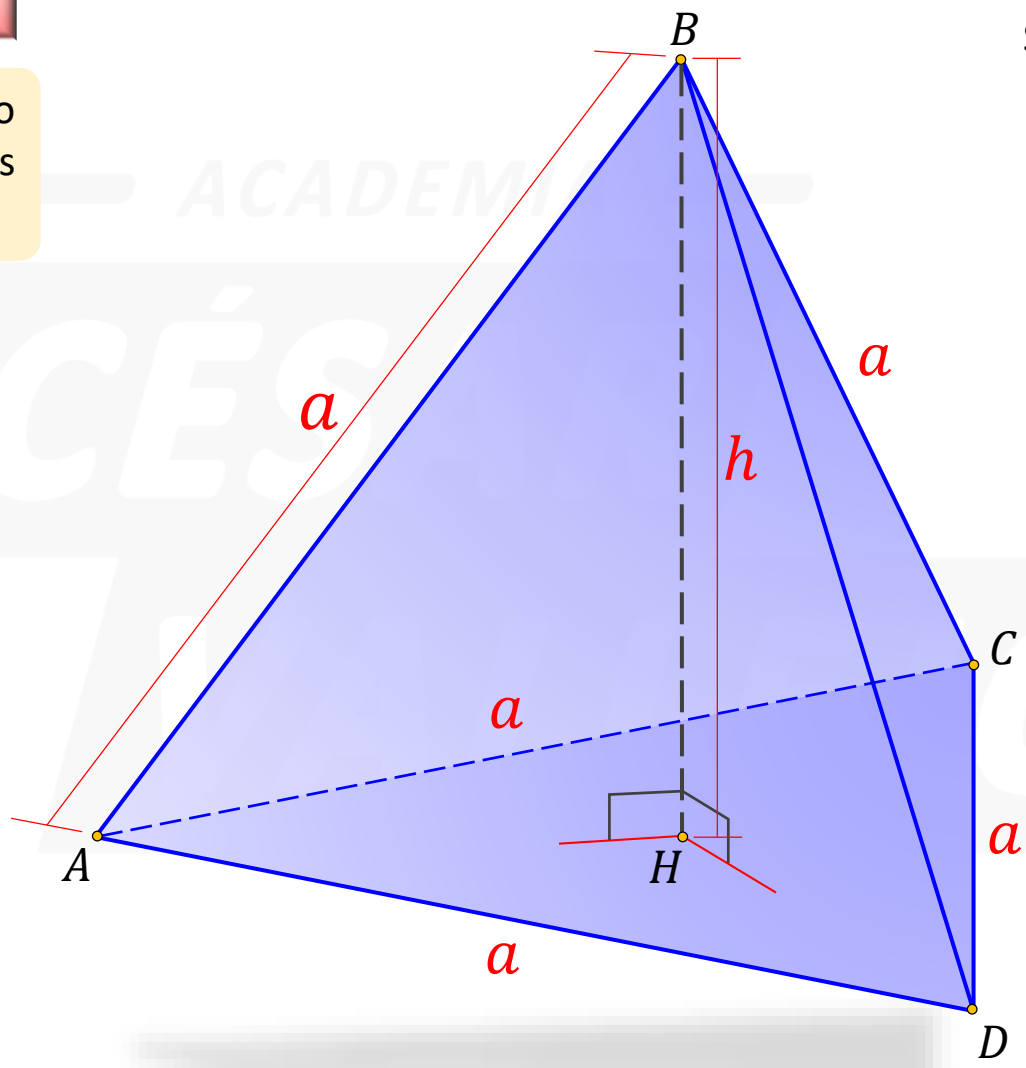
  Tetraedro regular $ABCD$

- Además:

  $\boldsymbol{a}$: Longitud de la arista

  $\overline{\boldsymbol{BH}}$: Altura

  $\boldsymbol{H}$: Baricentro de la cara ACD



Se cumple:

➢ ***Longitud de la altura***

$$\boldsymbol{h} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

➢ ***Área de la superficie total***

$$\mathbb{A}_{S.T} = a^2\sqrt{3}$$

➢ ***Volumen***

$$\mathbb{V} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

TETRAEDRO REGULAR

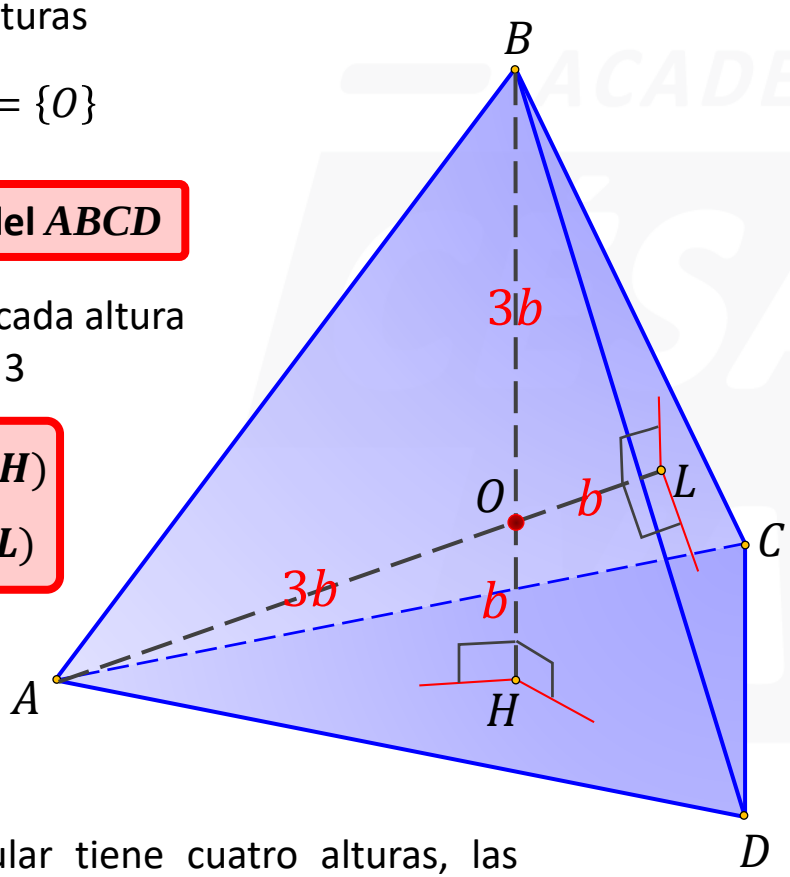
- $\overline{BH}$ y $\overline{AL}$ son alturas

$$\overline{BH} \cap \overline{AL} = \{O\}$$

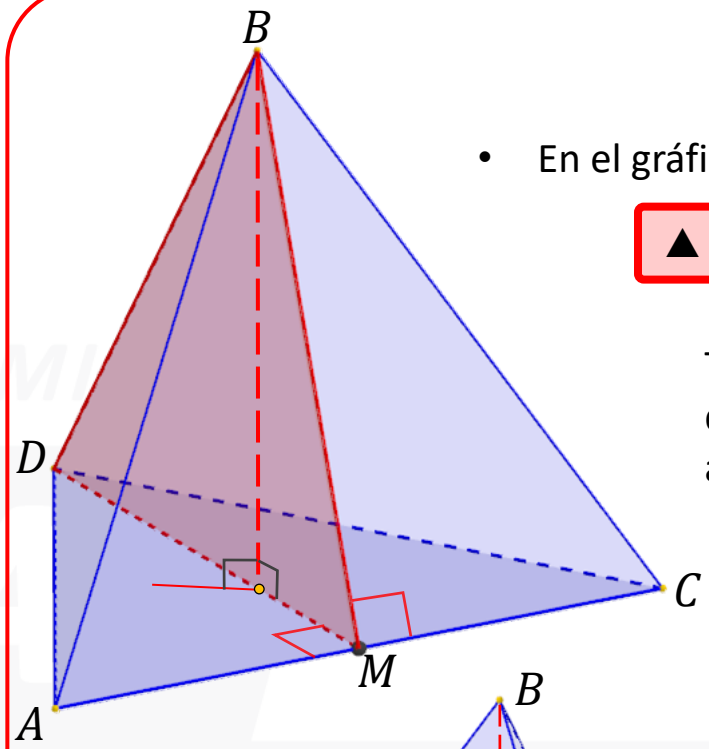
O es el centro del $ABCD$

El centro divide a cada altura en la razón de 1 a 3

$$\boldsymbol{BO = 3(OH)}$$
$$\boldsymbol{AO = 3(OL)}$$



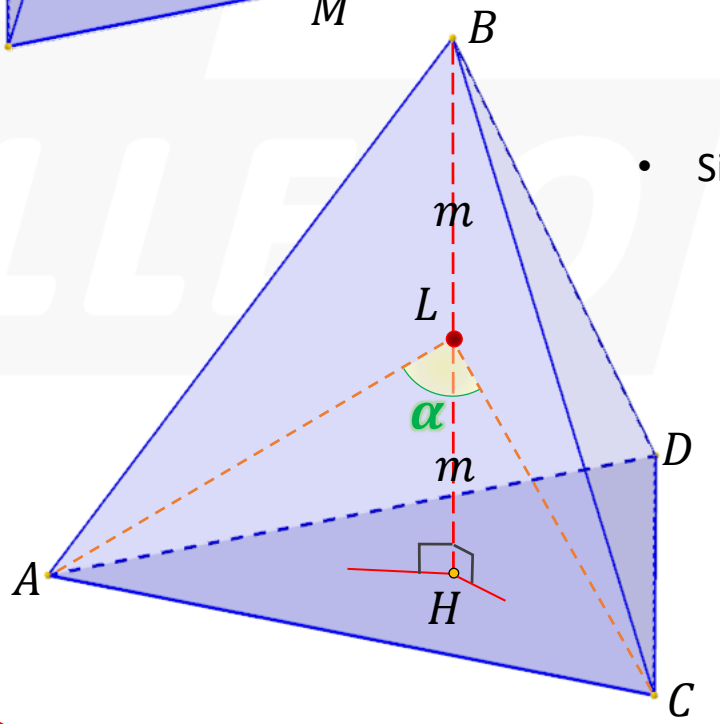
NOTA:
El tetraedro regular tiene cuatro alturas, las cuales son concurrentes en el centro. Además el centro equidista de los vértices y de las caras.



- En el gráfico:

▲ DBM es una sección de simetría

Ten en cuenta que la sección de simetría contiene a la altura del tetraedro regular.



- Si L es punto medio de la altura

Se cumple:

$$\boldsymbol{\alpha = 90°}$$

POLIEDROS REGULARES I

EXAMEN UNI

El punto P se encuentra situado sobre la altura de un tetraedro regular de lado a. Si P equidista de cada vértice, calcule esta distancia.

$A)\ \frac{a\sqrt{3}}{4}$ $B)\ \frac{a\sqrt{2}}{3}$ $C)\ \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$D)\ \frac{a\sqrt{6}}{4}$ $E)\ \frac{a\sqrt{2}}{2}$

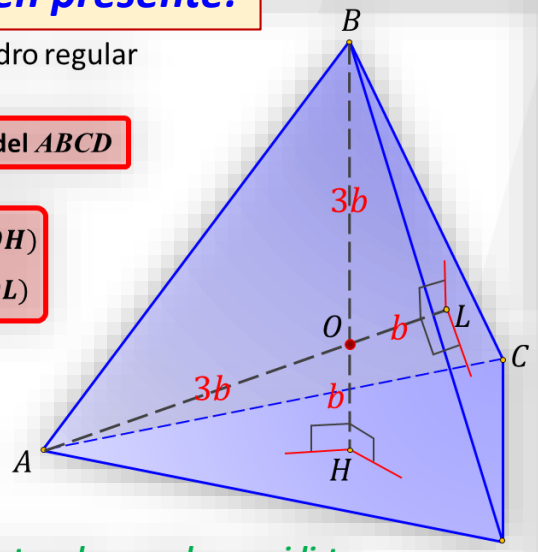
Ten presente:

$ABCD$ tetraedro regular

O es el centro del $ABCD$

$BO = 3(OH)$

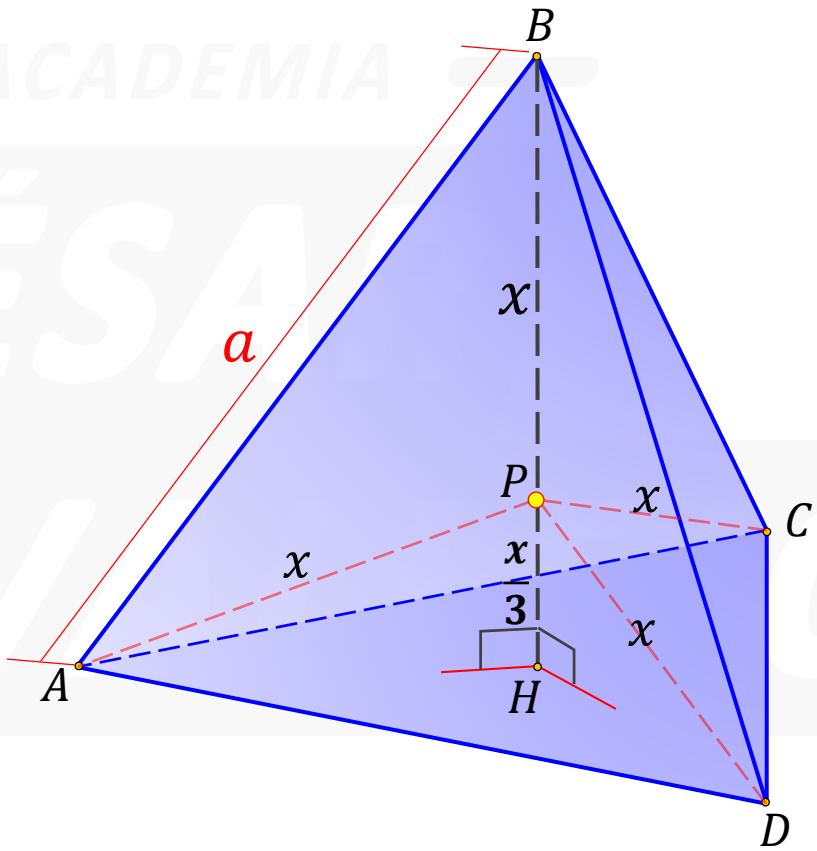
$AO = 3(OL)$



NOTA:

El centro del tetraedro regular equidista de los vértices.

Resolución: Piden x



- Sea $\overline{BH}$ una de las alturas $(P \in \overline{BH})$

- Por condición del problema:

  $\boldsymbol{P}$ es el centro del tetraedro regular $ABCD$.

  $$\rightarrow PH = \frac{x}{3}$$

- Por longitud de la altura del tetraedro regular, sabemos:

  $$\underbrace{BH}_{x+\frac{x}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \boldsymbol{x = \frac{a\sqrt{6}}{4}}$$

POLIEDROS REGULARES I

HEXAEDRO REGULAR (cubo)

Es el poliedro regular, cuyas seis caras son regiones cuadradas.

- Del gráfico: $C = 6$
  $V = 8$
  $A = 12$

- Notación:

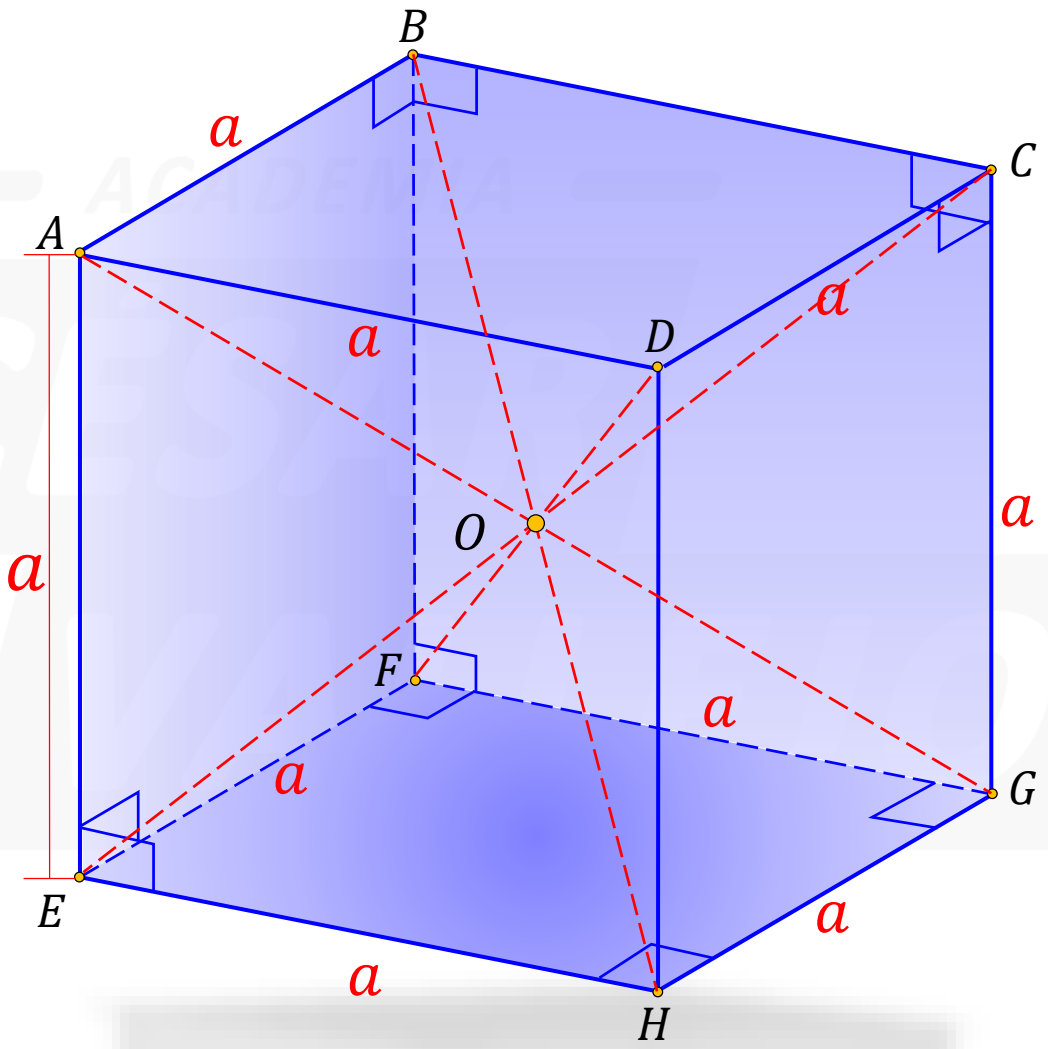
  Hexaedro regular $ABCD - EFGH$

- Además:

  $\boldsymbol{a}$: Longitud de la arista

  $\overline{\boldsymbol{AG}}$: Diagonal

  $\boldsymbol{O}$: Centro de $ABCD - EFGH$



Se cumple:

- ***Longitud de la diagonal***

$$\boldsymbol{AG = BH = a\sqrt{3}}$$

- ***Área de la superficie total***

$$\mathbb{A}_{\boldsymbol{S.T}} = 6a^2$$

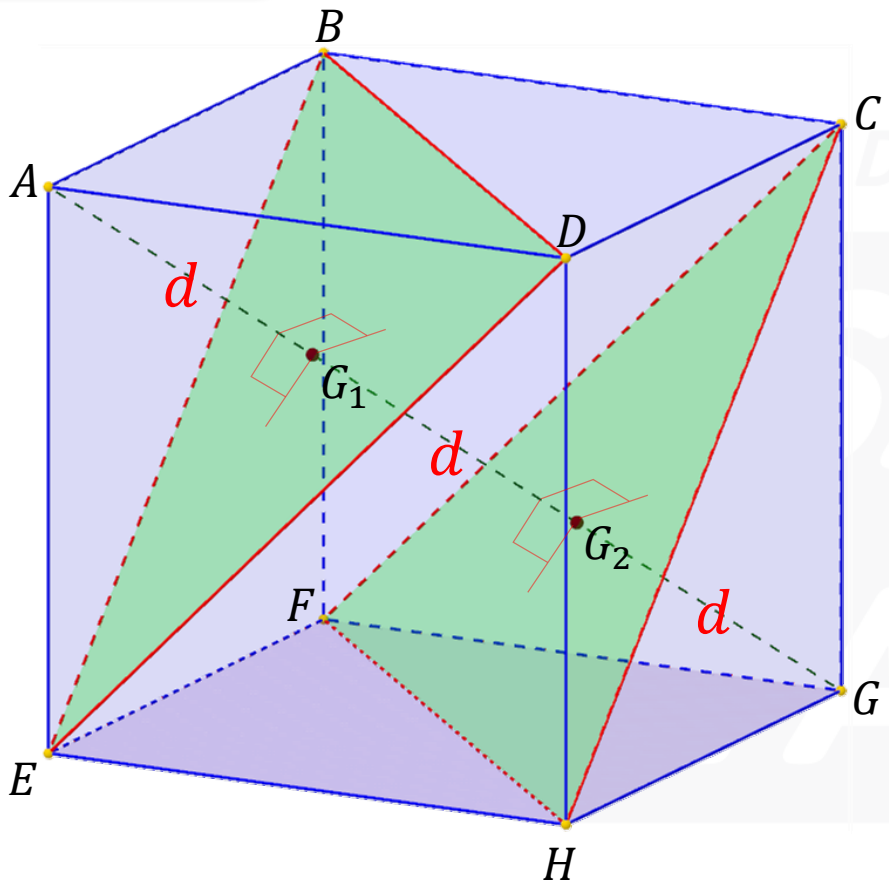
- ***Volumen***

$$\mathbb{V} = a^3$$

NOTA:
El cubo tiene cuatro diagonales, las cuales son concurrentes en el centro. Ten en cuenta que el centro equidista de los vértices y de las caras.

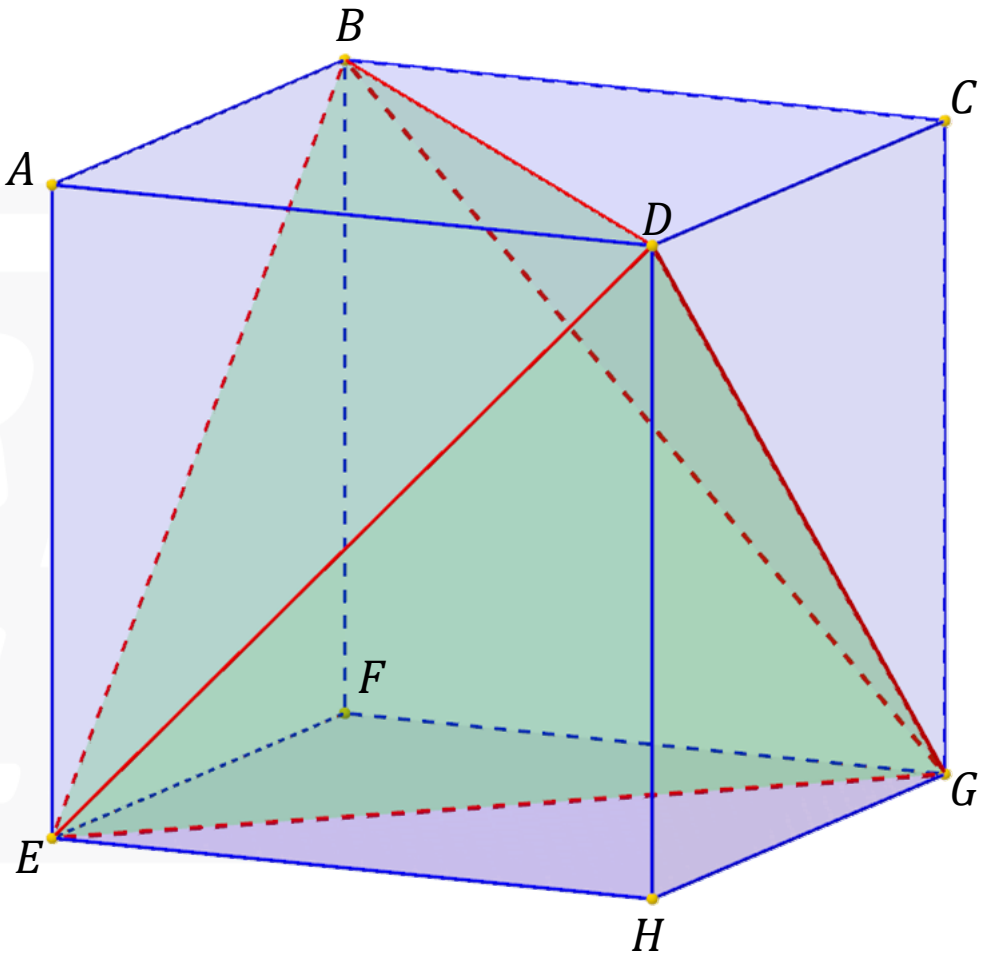
POLIEDROS REGULARES I

HEXAEDRO REGULAR



- ΔEBD y ΔFCH son equiláteros, congruentes y paralelos.
- $\overline{AG} \perp REGIONES_{\Delta EBD\ y\ \Delta FCH}$
- G_1 y G_2 son baricentros de ΔEBD y ΔFCH respectivamente.

$G_1\ y\ G_2\ trisecan\ a\ \overline{AG}$



- Al unir E, B y D con el vértice G se tiene que:

$GEBD$ es un tetraedro regular

POLIEDROS REGULARES I

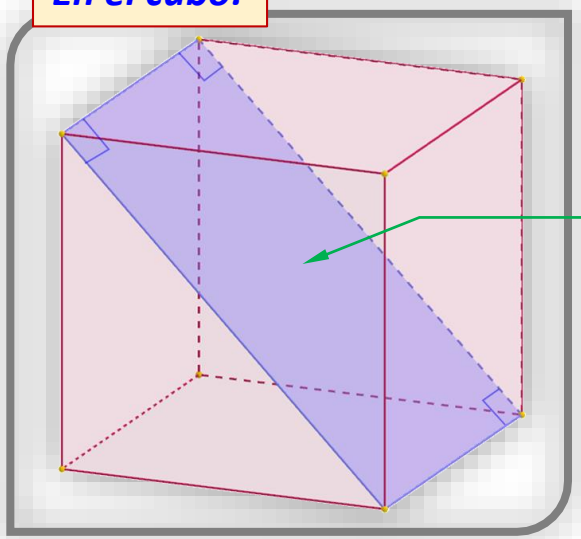
EXAMEN UNI

Si en un exaedro regular, la distancia de un vértice a una de las diagonales que no contenga a este vértice es $\sqrt{2}\,m$, entonces la longitud de esta diagonal es:

$A)\ \sqrt{5}$ $B)\ \sqrt{6}$ $C)\ \sqrt{7}$

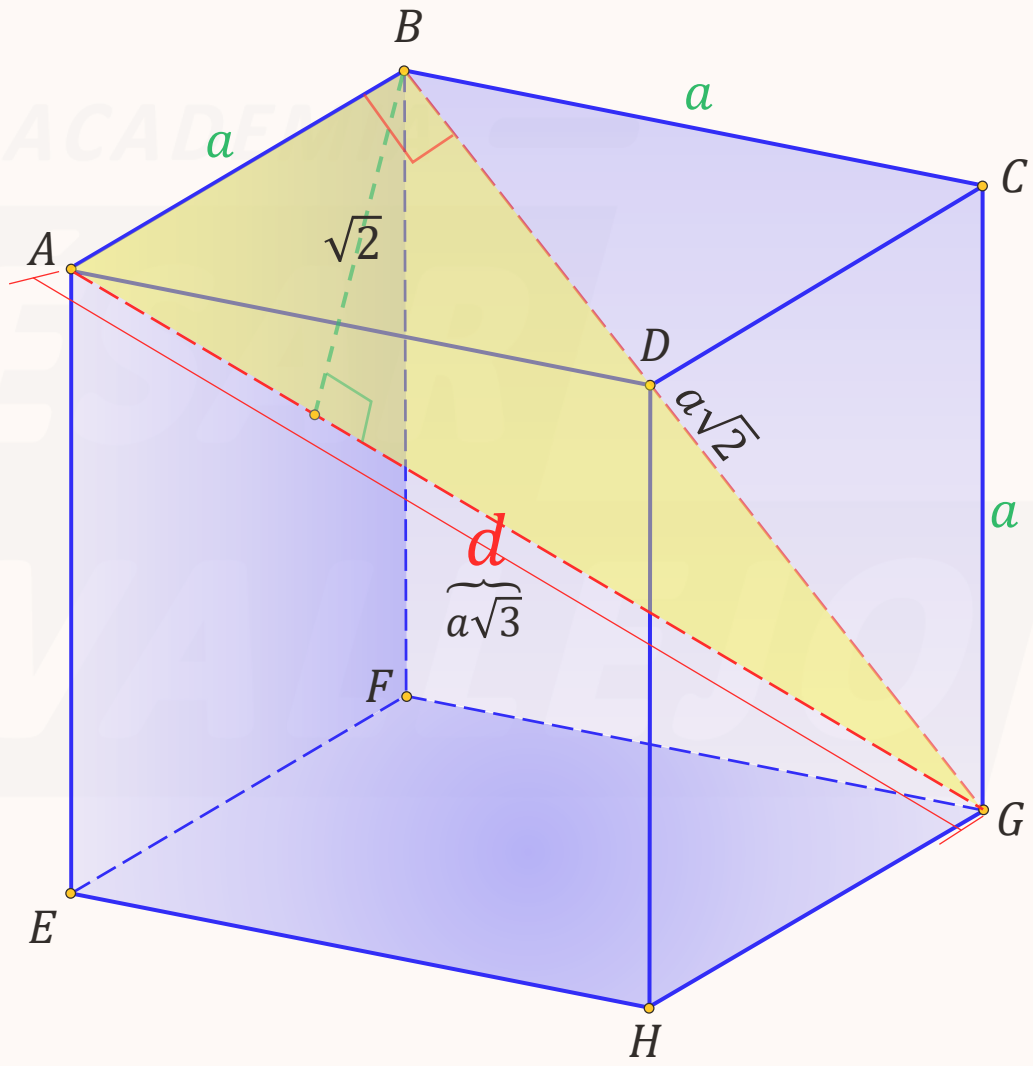
$D)\ \sqrt{8}$ $E)\ \sqrt{9}$

En el cubo:



Plano diagonal

Piden d



- Sea a la longitud de la arista

$$\rightarrow d = a\sqrt{3} \quad ...(I)$$

- Trazamos $\overline{BG}$ para aprovechar al plano diagonal.
- Se tiene que:

$$m\measuredangle ABG = 90°$$

- En $\triangle ABG$ por producto de catetos:

$$(a)(a\sqrt{2}) = (\sqrt{2})(a\sqrt{3})$$

$$\rightarrow a = \sqrt{3}$$

- Reemplazamos en (I):

$$\therefore \boldsymbol{d = \sqrt{9}}$$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe